

Tentamen Mechanica, 21 augustus 2008, 9.00-12.00 uur

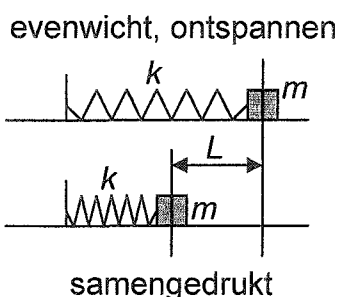
Maak elke opgave op een apart vel

Schrijf je naam en studentnummer op elk vel

$$\text{Cijfer} = \Sigma(\text{punten})/2.4$$

**Opgave 1: Veer en massa**

Een massaloze veer met veerconstante  $k$  ligt met het linker uiteinde vast op een wrijvingsloos horizontaal oppervlak. Als de veer ontspannen is wordt tegen het rechter uiteinde een massa  $m$  gelegd. De veer wordt nu samengedrukt over een lengte  $L$ , waarbij de massa tegen de veer wordt gehouden (maar er niet aan wordt vastgemaakt). Vervolgens wordt de veer plotseling losgelaten (zonder beginsnelheid); we nemen het tijdstip van loslaten als  $t = 0$ .

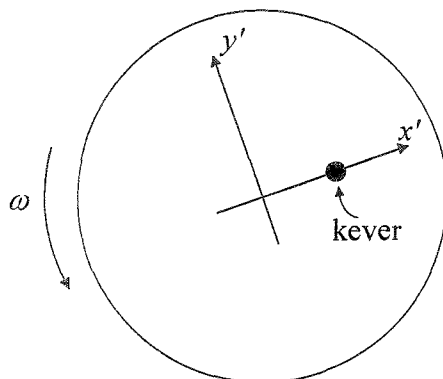


- 1p a) Beschrijf eerst in woorden wat er er gebeurt na het loslaten van de veer.
- 1p b) Geef de kracht die werkt op de massa  $m$  op het moment dat de afstand van die massa tot zijn positie in ontspannen toestand  $x$  is. Neem als conventie dat  $x$  naar links negatief is, net als een kracht naar links.
- 2p c) Geef de bewegingsvergelijking voor  $x$  en los deze op in termen van de gegeven grootheden.
- 1p d) Bepaal uit deze oplossing het tijdstip waarop de massa los komt van de veer.
- 2p e) Bepaal de snelheid van de massa als functie van de tijd tot het moment waarop  $m$  de veer verlaat. Wat is de snelheid op dat moment? Maak een schets van de snelheid als functie van de tijd, beginnend op  $t=0$  en doorlopend tot voorbij het tijdstip waarop de massa de veer verlaat (bv. tot twee keer dat tijdstip).
- 1p f) Bereken de snelheid van de massa op het moment waarop hij de veer verlaat ook op een alternatieve manier, namelijk door energiebehoud te gebruiken. Klopt dit antwoord met dat onder e)?
- 1p g) Wat gebeurt er met de snelheid van de massa  $m$  als we niet langer aannemen dat de veer massaloos is. Beredeneer of die groter wordt, kleiner wordt of gelijk blijft.

*Hint:* als je problemen hebt met deze som, kan het handig zijn je eerst af te vragen wat de krachten op de massa zijn en hoe de beweging is, als de massa vast zit aan de veer.

### Opgave 2: Kever op grammfoonplaat

Een kever bevindt zich op een stilstaande grammfoonplaat en kruipt met een constante snelheid  $v'$  in een rechte lijn naar het middelpunt van de plaat. Vervolgens wordt de platenspeler aangezet, zodat de plaat met toenemende snelheid  $\omega$  gaat roteren (tegen de wijzers van de klok in, zie afbeelding).



- 2p a) Geef de bewegingsvergelijking (Tweede wet van Newton) voor de kever in het roterende assenstelsel. Bespreek de verschillende termen.
- 2p b) Neem bovenstaande afbeelding over op papier. Geef hierin de richting aan van de verschillende inertiaalkrachten (ook wel pseudokrachten genoemd), die op de kever werken.

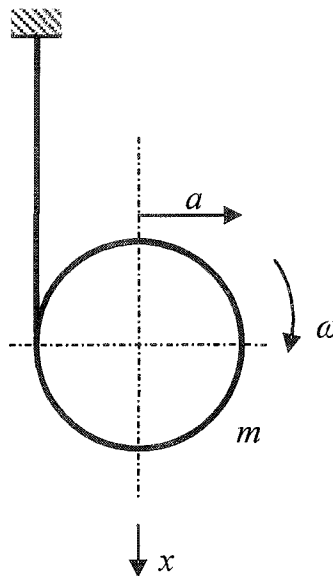
Als de plaat op toeren is (i.e. de hoeksnelheid  $\omega$  is constant), besluit de kever om  $180^\circ$  om te keren en met een constante snelheid  $v'$  van het middelpunt af te bewegen.

- 1p c) Laat zien dat de fysische kracht die de grammfoonplaat op de kever uitoefent gelijk is aan  $\vec{F} = -m\omega^2 x' \vec{i}' + 2m\omega v' \vec{j}'$ , met  $x'$  de afstand van de kever tot het middelpunt en  $\vec{i}'$  en  $\vec{j}'$  de Cartesische eenheidsvectoren in de positieve  $x'$  en  $y'$  richting, respectievelijk.
- 1p d) Tot welke afstand  $x'$  kan de kever naar buiten kruipen voordat hij gaat glijden? De statische wrijvingscoëfficiënt tussen de kever en de plaat is  $\mu$ .
- 1p e) Wat is de kritische waarde van  $v'$  waarboven de kever voor iedere  $x'$  gaat glijden?

9.

### Opgave 3: Rollende bol aan koord

Een massieve bol met uniforme dichtheid heeft een straal  $a$  en massa  $m$ . Om de bol zit een koord gewikkeld waarlangs de bol onder invloed van de zwaartekracht naar beneden rolt met een hoeksnelheid  $\omega$ . Neem aan dat het koord geen massa heeft en dat de rol slipvrij is. Het afgerolde deel van het koord is steeds verticaal gericht, evenwijdig aan de zwaartekrachtsversnelling  $g$ . De gyradiestraal van de bol is  $\sqrt{2/5} a$ . Verwaarloos de luchtweerstand.



- 1p a) Geef in een schets aan welke krachten er op de bol werken en waar ze aangrijpen.
- 2p b) Geef de bewegingsvergelijkingen (Tweede wet van Newton) voor translatie en rotatie van de bol.
- 1p c) Wat is de relatie tussen de hoeksnelheid en de translatiesnelheid voor slipvrij rollen?
- 1p d) Bepaal met behulp van je antwoord bij b) en c) de translatieversnelling van de bol.

Een alternatieve aanpak maakt gebruik van energiebehoud.

- 1p e) Bepaal de kinetische energie van de translatiebeweging en de rotatiebeweging.
- 1p f) Geef de totale energie van het systeem.
- 1p g) Bepaal met behulp van je antwoord bij c) en f) de translatieversnelling van de bol. Vergelijk je antwoord met dat onder d).

*Wol*

*2/3.*